

Funciones Trigonómicas – Conceptos Básicos

Las **Funciones Trigonómicas** relacionan los ángulos con los lados de un triángulo rectángulo. Se pueden hallar los valores de las funciones trigonométricas en función de cualquier ángulo.

En Física las Funciones Trigonómicas son muy útiles, así que en este artículo trataré de mostrar los conceptos básicos de estas herramientas matemáticas.

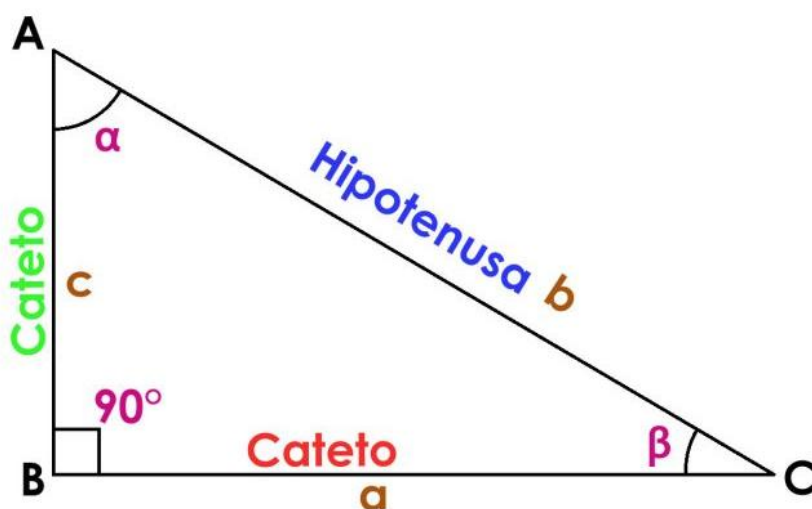
FUNCIONES TRIGONÓMICAS

Algunos Conceptos necesarios para entender las Funciones Trigonómicas:

Hipotenusa: es el lado más largo del triángulo rectángulo, además se puede decir que es el lado opuesto al ángulo interno de 90° .

Cateto Opuesto: es el lado opuesto al ángulo del cual se quiere hallar la función trigonométrica.

Cateto Adyacente: es el lado adyacente (que está al lado) al ángulo del cual se quiere hallar la función trigonométrica.



Las **Funciones Trigonómicas** son seis, pero fundamentalmente tres las que vamos a estudiar:

Seno del ángulo α :
$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{b}$$

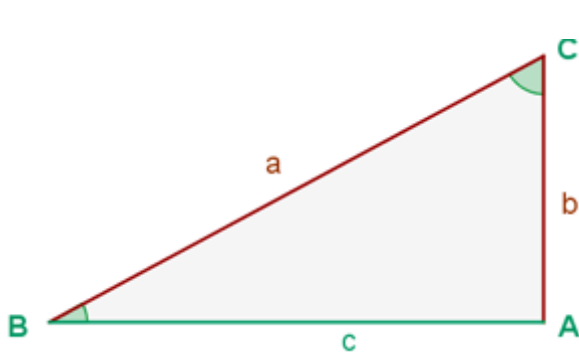
Coseno del ángulo α :
$$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{b}$$

Tangente del ángulo α :
$$\text{Tg } \alpha = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{a}{c}$$

✚ RESOLUCION DE TRIANGULOS RECTANGULOS

Resolver un triángulo es hallar sus lados, ángulos y área. Es necesario conocer dos lados del triángulo, o bien un lado y un ángulo distinto del recto.

1.- Se conocen la hipotenusa y un cateto:



$$B: \operatorname{sen} B = \frac{b}{a} \quad B = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{b}{a}$$

$$C = 90^\circ - B$$

$$c: \begin{cases} \cos B = \frac{c}{a} & c = a \cdot \cos B \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} \end{cases}$$

Resolver el triángulo conociendo:

$$a = 415 \text{ m} \quad \text{y} \quad b = 280 \text{ m.}$$

$$\operatorname{sen} B = 280/415 = 0.6747$$

$$B = \operatorname{arc} \operatorname{sen} 0.6747$$

$$B = 42^\circ 25'$$

$$C = 90^\circ - 42^\circ 25'$$

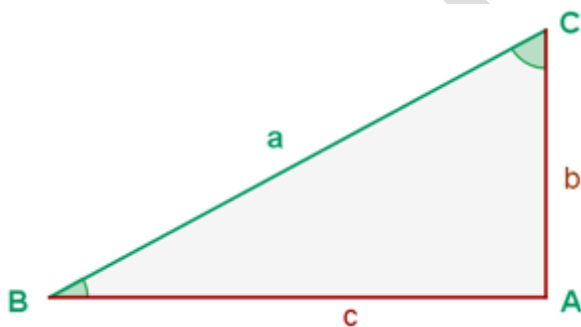
$$C = 47^\circ 35'$$

$$c = a \cos B$$

$$c = 415 \cdot 0.7381$$

$$c = 306.31 \text{ m}$$

2. - Se conocen los dos catetos:



$$B: \operatorname{tg} B = \frac{b}{c} \quad B = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{c}$$

$$C = 90^\circ - B$$

$$a: \begin{cases} \operatorname{sen} B = \frac{b}{a} & a = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \\ a = \sqrt{b^2 + c^2} \end{cases}$$

Resolver el triángulo conociendo:

$$b = 33 \text{ m} \quad \text{y} \quad c = 21 \text{ m.}$$

$$\operatorname{tg} B = 33/21 = 1.5714$$

$$B = 57^\circ 32'$$

$$C = 90^\circ - B$$

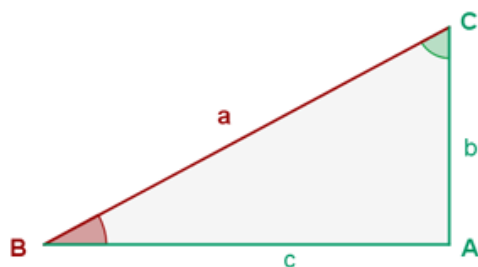
$$C = 90^\circ - 57^\circ 32'$$

$$C = 32^\circ 28'$$

$$a = b/\operatorname{sen} B$$

$$a = 33/0.5437$$

$$a = 39.12 \text{ m}$$

3.- Se conocen la hipotenusa y un ángulo agudo:

$$C = 90^\circ - B$$

$$c: \begin{cases} \cos B = \frac{c}{a} & c = a \cdot \cos B \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} \end{cases}$$

Resolver el triángulo conociendo:

$$a = 45 \text{ m} \quad \text{y} \quad B = 22^\circ.$$

$$C = 90^\circ - 22^\circ \quad \underline{C = 68^\circ}$$

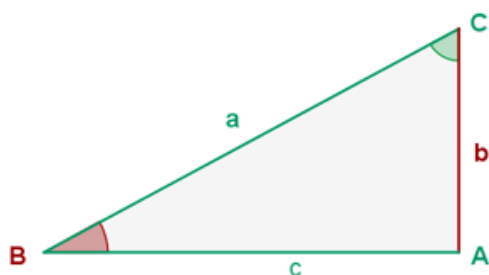
$$b = a \sin 22^\circ \quad b = 45 \cdot 0.3746$$

$$\underline{b = 16.85 \text{ m}}$$

$$c = a \cos 22^\circ$$

$$c = 45 \cdot 0.9272$$

$$\underline{c = 41.72 \text{ m}}$$

4.- Se conocen un cateto y un ángulo agudo:

$$C = 90^\circ - B$$

$$a: \sin B = \frac{b}{a} \quad a = \frac{b}{\sin B}$$

$$C: \begin{cases} \operatorname{tg} B = \frac{b}{c} & c = \frac{b}{\operatorname{tg} B} \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} \end{cases}$$

Resolver el triángulo conociendo:

$$b = 5.2 \text{ m} \quad \text{y} \quad B = 37^\circ$$

$$C = 90^\circ - 37^\circ \quad \underline{C = 53^\circ}$$

$$a = b / \sin B$$

$$a = 5.2 / 0.6018$$

$$\underline{a = 8.64 \text{ m}}$$

$$c = b / \operatorname{tg} B$$

$$c = 5.2 / 0.7535$$

$$\underline{c = 6.9 \text{ m}}$$

Ejercitación:

1.- De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 5$ m y $B = 41^\circ$. Resolver el triángulo.

(Rta: $C=49^\circ$; $b=3,28$ m; $c=3,77$ m)

2.- De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $b = 3$ m y $B = 54^\circ$. Resolver el triángulo.

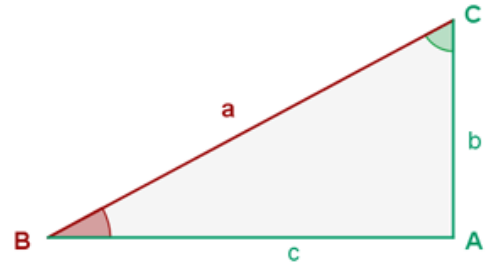
(Rta: $C=36^\circ$; $a=3,7$ m; $c=2,18$ m)

3.- De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $a = 6$ m y $b = 4$ m. Resolver el triángulo.

(Rta: $c=4,47$ m; $B=41,81^\circ$; $C=48,18^\circ$)

4.- De un triángulo rectángulo ABC, se conocen $b = 3$ m y $c = 5$ m. Resolver el triángulo.

(Rta: $a=5,83$ m; $B=30,96^\circ$; $C=59,04^\circ$)



5.- Un árbol de 50 m de alto proyecta una sombra de 60 m de larga. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.

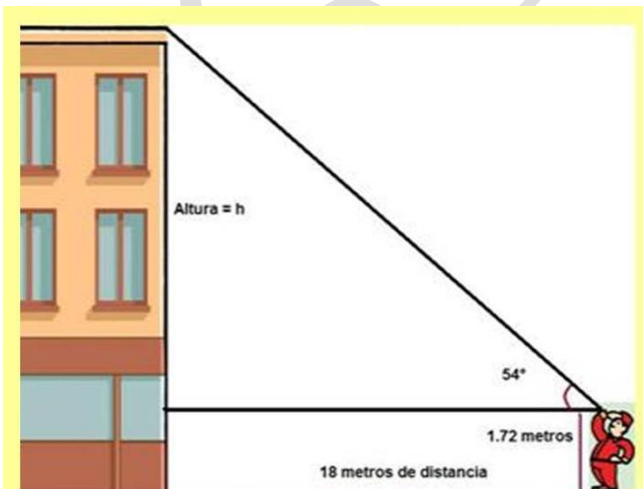
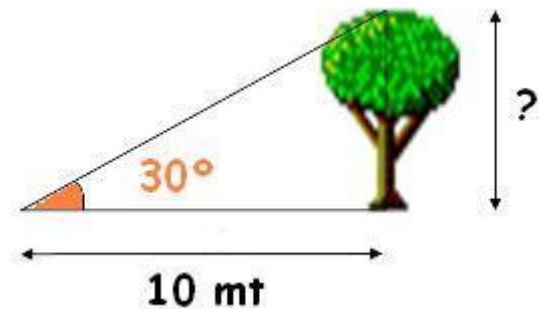
(Rta: $\alpha=39,8^\circ$)

6.- Calcular el área y el perímetro de una parcela triangular, sabiendo que la hipotenusa mide 130 m, y forma con uno de los catetos un ángulo de 70° .

(Rta: $A=2715,61\text{m}^2$; $P=296$ m)

7.- Calcula la altura de un árbol en la siguiente figura, conociendo el ángulo de elevación (30°) y la distancia a la base (10m):

(Rta: $h=5,77$ m)



8.- Una persona observa en un ángulo de 54° lo alto de un edificio; si la persona mide 1,72 m y está ubicada a 18m de la base del edificio.Cuál es la altura del edificio?.

(Rta: $h=26,5$ m)